

ESCOLA SECUNDÁRIA GABRIEL PEREIRA

Ensino Secundário Recorrente

MATRIZ DA PROVA DE EXAME

(AVALIAÇÃO DO REGIME NÃO PRESENCIAL E AVALIAÇÃO DE RECURSO)

MATEMÁTICA A - 12^o ANO

Módulos 7, 8 e 9

Duração da Prova: 135 minutos

Modalidade: Prova escrita

Objecto de avaliação:

A prova tem por referência o Programa e Metas Curriculares da disciplina de Matemática A, homologados em 2014, as Orientações de Gestão Curricular para o Programa e Metas Curriculares da disciplina de Matemática A, a Organização modular do *Programa e Metas Curriculares de Matemática A*, documentos publicados pela Direcção Geral da Educação em agosto de 2016, e os Programas de Matemática A, de 10.^o, 11.^o e 12.^o anos, homologados em 2001 e 2002.

A prova contempla as componentes comuns ao Programa e Metas Curriculares da disciplina de Matemática A e aos Programas de 10.^o, 11.^o e 12.^o anos de escolaridade, homologados em 2001 e 2002.

Módulo	Conteúdos	Cotação
Módulo 7	<p>Limites e Continuidade</p> <ul style="list-style-type: none">• Teoremas de comparação para sucessões e teorema das sucessões enquadradas;• Teoremas de comparação envolvendo desigualdades entre funções e os respetivos limites;• Teorema das funções enquadradas;• Utilização do teoremas de comparação e do teoremas das funções enquadradas para determinar limites de funções reais de variável real:• Teorema dos valores intermédios (Bolzano-Cauchy);• Teorema de Weierstrass• Resolução de problemas envolvendo os teoremas de	

	<p>comparação para o cálculo de limites de sucessões e de funções e a continuidade de funções.</p> <p>Derivada de segunda ordem, extremos, sentido das concavidades e pontos de inflexão.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Derivada de segunda ordem de uma função; • Sinal da derivada de segunda ordem num ponto crítico e identificação de extremos locais; • Pontos de inflexão e concavidades do gráfico de funções duas vezes diferenciáveis; • Estudo e traçado de gráficos de funções diferenciáveis; • Resolução de problemas envolvendo propriedades de funções diferenciáveis; • Resolução de problemas de otimização envolvendo funções diferenciáveis; • Resolução de problemas envolvendo funções posição, velocidades médias e acelerações instantâneas, acelerações médias e acelerações instantâneas • Resolução de problemas envolvendo a resolução aproximada de equações da forma $f(x) = g(x)$ utilizando uma calculadora gráfica. <p>Juros compostos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cálculo de juros compostos; • Resolução de problemas envolvendo juros compostos • Sucessão de termo geral $u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ e relação com juros compostos; • Capitalização contínua de juros e definição do número de Neper. <p>Funções exponenciais (*)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Propriedades da função definida nos números racionais pela expressão $f(x) = a^x, (a > 0)$: monotonia, continuidade, limites e propriedades algébricas; • Extensão ao caso real: definição das funções exponenciais de base a e respetivas propriedades; • Função exponencial e^x e relação com o limite da sucessão de termo geral $\left(1 + \frac{x}{n}\right)^n, x \in IR$; 	75
--	---	----

	<ul style="list-style-type: none"> • Limite notável $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$ e derivada da função exponencial. <p>(*) Atendendo ao facto de o Binómio de Newton ser lecionado no módulo 9 terá de supor-se que a sucessão definida por $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ é convergente.</p> <p>Funções Logarítmicas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Função logarítmica de base $a \neq 1$ enquanto bijeção recíproca da função exponencial de base a; logaritmo decimal e logaritmo neperiano; • Monotonia, sinal, limites e propriedades algébricas dos logaritmos; • Derivadas das funções logarítmicas e da função a^x, $a > 0$; • Derivada da função x^α, $\alpha \in \mathbb{R}$, $x > 0$. <p>Limites notáveis envolvendo funções exponenciais e logarítmicas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^k}$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}$ • Resolução de problemas envolvendo o estudo de funções definidas a partir de funções exponenciais e logarítmicas, as respetivas propriedades algébricas e limites notáveis. <p>Modelos Exponenciais</p> <ul style="list-style-type: none"> • A equação $f' = Kf$, $K \in \mathbb{R}$, enquanto modelo para o comportamento da medida de grandezas cuja taxa de variação é aproximadamente proporcional à quantidade de grandeza presente num dado instante (evolução de uma população, da temperatura de um sistema ou do decaimento de uma substância radioativa); • Soluções da equação $f' = kf$, $k \in \mathbb{R}$; • Resolução de problemas de aplicação, envolvendo a equação $f' = kf$, $k \in \mathbb{R}$. 	
	<p>Diferenciação de funções trigonométricas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fórmulas trigonométricas da soma, da diferença e da duplicação • Limite notável $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$; • Diferenciabilidade das funções seno, cosseno e tangente; 	

<p>Módulo 8</p>	<ul style="list-style-type: none"> Resolução de problemas envolvendo o estudo de funções definidas a partir de funções trigonométricas. <p>Aplicações aos osciladores harmónicos</p> <ul style="list-style-type: none"> Osciladores harmónicos: amplitude, pulsação, período, frequência e fase; Estudo da função definidas analiticamente por $a \cos(bx + c) + d$, $a \neq 0$; Resolução de problemas envolvendo osciladores harmónico <p>Números Complexos</p> <ul style="list-style-type: none"> Contexto histórico do aparecimento dos números complexos e respectiva construção; O corpo dos números complexos; Operar com números complexos; Representação de números complexos na forma algébrica e na forma trigonométrica; Raízes n-ésimas de números complexos; Resolução de problemas envolvendo propriedades algébricas e geométricas dos números complexos, a respetiva forma trigonométrica, raízes n-ésimas de números complexos e as fórmulas de De Moivre 	<p>75</p>
<p>Módulo 9</p>	<p>Recta de mínimos quadrados, amostras bivariadas e coeficiente de correlação</p> <ul style="list-style-type: none"> Recta de mínimos quadrados de uma sequência de pontos do plano Amostras bivariadas; variável resposta e variável explicativa: Nuvem de pontos de uma amostra de dados bivariados quantitativos; Reta dos mínimos quadrados de uma amostra de dados bivariados quantitativos; Coefficiente de correlação; Resolução de problemas envolvendo amostras de dados bivariados quantitativos e o cálculo e interpretação dos coeficientes da recta de mínimos quadrados e do coeficiente de correlação. 	<p>50</p>

	<p>Propriedades das operações sobre conjuntos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Propriedades comutativa, associativa, de existência de elemento neutro e elemento absorvente e da idempotência da união e da intersecção e propriedades distributivas da união em relação à intersecção e da intersecção em relação à união. <p>Introdução ao cálculo combinatório</p> <ul style="list-style-type: none"> • Conjuntos equipotentes e cardinais; cardinal da união de conjuntos disjuntos; • Cardinal do produto cartesiano de conjuntos finitos; • Arranjos com repetição; • Número de subconjuntos de um conjunto de cardinal finito; • Permutações; factorial de um número inteiro não negativo; • Arranjos sem repetição; • Número de subconjuntos de p elementos de um conjunto de cardinal n; combinações; • Resolução de problemas envolvendo cardinais de conjuntos, contagens, arranjos e combinações. <p>Triângulo de Pascal e Binómio de Newton</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fórmula do binómio de Newton; • Triângulo de Pascal; definição e construção; • Resolução de problemas envolvendo o triângulo de Pascal e o binómio de Newton. <p>Espaço de probabilidade</p> <ul style="list-style-type: none"> • Probabilidade no conjunto das partes de um espaço amostral finito; espaço de probabilidades • Acontecimento Impossível, certo, elementar e composto; acontecimentos incompatíveis, acontecimentos contrários, acontecimentos equiprováveis e regra de Laplace • problemas envolvendo os teoremas de comparação para o cálculo de limites de sucessões e de funções e a continuidade de funções.; • Propriedades das probabilidades: probabilidade do acontecimento contrário, probabilidade da diferença e da união de acontecimentos; monotonia da probabilidade; 	
--	--	--

	<ul style="list-style-type: none"> • Resolução de problemas envolvendo a determinação de probabilidades em situações de equiprobabilidade de acontecimentos elementares; • Resolução de problemas envolvendo espaços de probabilidade e o estudo de propriedades da função de probabilidade. <p>Probabilidade Condicionada</p> <ul style="list-style-type: none"> • Probabilidade condicionada; • Resolução de problemas envolvendo probabilidade condicionada. 	
--	--	--

Caracterização da prova

A prova tem dois grupos de itens.

Alguns dos itens podem ter como suporte tabelas, figuras e/ou gráficos.

A sequência dos itens na prova não corresponde, necessariamente, à sequência das unidades temáticas do Programa.

Os itens de cada um dos grupos podem incidir em qualquer um dos temas (conteúdos) objecto da avaliação.

A prova inclui os seguintes tipos de itens:

A) Itens de resposta fechada de escolha múltipla.

B) Itens de resposta aberta que podem ser:

- de resolução de problemas;
- de desenvolvimento de raciocínios demonstrativos;
- de composição extensa orientada;
- de uso obrigatório de calculadora gráfica.

Os itens de resolução de problemas podem envolver conceitos, técnicas e interpretações em situações da vida real.

A prova inclui o formulário anexo a este documento.

Cr terios gerais de classifica o

A classifica o a atribuir a cada resposta resulta da aplica o dos cr terios gerais e dos cr terios espec ficos de classifica o apresentados para cada item.

As respostas ileg veis ou que n o possam ser claramente identificadas s o classificadas com zero pontos.

Itens de sele o

Nos itens de escolha m ltipla, a cota o do item s o   atribu da  s respostas que apresentem de forma inequ voca a op o correta. Todas as outras respostas s o classificadas com zero pontos.

Itens de constru o

Nos itens de resposta aberta, os cr terios de classifica o apresentam-se organizados por n veis de desempenho ou por etapas. A cada n vel de desempenho ou a cada etapa corresponde uma dada pontua o.

Nos itens que impliquem a realiza o de c culos, os examinandos t m de apresentar, de forma completa, os c culos que efectuaram e t m de apresentar o valor exacto dos resultados, excepto quando   pedida uma aproxima o.

Nos itens de constru o cuja resposta envolva o uso obrigat rio das potencialidades gr ficas da calculadora, o examinando deve reproduzir o gr fico da fun o ou os gr ficos das fun es visualizados na calculadora.

A classifica o a atribuir a cada item estar  sujeita a desvaloriza es devido a erros de c culo,   transcri o incorrecta de dados,   utiliza o de simbologias ou express es formalmente incorrectas,   utiliza o de processos de resolu o que n o respeitem as instru es,   apresenta o de elementos em excesso face ao solicitado.

Nos itens que envolvam a produ o de um texto, a classifica o das respostas tem em conta a organiza o dos conte dos e a utiliza o de linguagem cient fica adequada.

Material

O examinando apenas pode usar, como material de escrita, caneta ou esferográfica de tinta indelével, azul ou preta.

As respostas são registadas em folha própria, fornecida pelo estabelecimento de ensino.

O examinando deve ser portador de uma calculadora gráfica.

Não é permitido o uso de corrector.

Anexo:

FORMULÁRIO

Geometria

Comprimento de um arco de circunferência:

αr (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

Área de um polígono regular: *Semiperímetro* \times *Apótema*

Área de um sector circular:

$\frac{\alpha r^2}{2}$ (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

Área lateral de um cone: $\pi r g$ (r – raio da base; g – geratriz)

Área de uma superfície esférica: $4\pi r^2$ (r – raio)

Volume de uma pirâmide: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$

Volume de um cone: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$

Volume de uma esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$ (r – raio)

Progressões

Soma dos n primeiros termos de uma progressão (u_n) :

Progressão aritmética: $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Progressão geométrica: $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$

Trigonometria

$\text{sen}(a + b) = \text{sen} a \cos b + \text{sen} b \cos a$

$\text{cos}(a + b) = \text{cos} a \cos b - \text{sen} a \text{sen} b$

$\frac{\text{sen} A}{a} = \frac{\text{sen} B}{b} = \frac{\text{sen} C}{c}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

Complexos

$(\rho \text{cis } \theta)^n = \rho^n \text{cis}(n\theta)$ ou $(\rho e^{i\theta})^n = \rho^n e^{in\theta}$

$\sqrt[n]{\rho \text{cis } \theta} = \sqrt[n]{\rho} \text{cis}\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right)$ ou $\sqrt[n]{\rho e^{i\theta}} = \sqrt[n]{\rho} e^{i\frac{\theta + 2k\pi}{n}}$

($k \in \{0, \dots, n-1\}$ e $n \in \mathbb{N}$)

Probabilidades

$\mu = p_1 x_1 + \dots + p_n x_n$

$\sigma = \sqrt{p_1 (x_1 - \mu)^2 + \dots + p_n (x_n - \mu)^2}$

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então:

$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,6827$

$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$

$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0,9973$

Regras de derivação

$(u + v)' = u' + v'$

$(u v)' = u' v + u v'$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' v - u v'}{v^2}$

$(u^n)' = n u^{n-1} u'$ ($n \in \mathbb{R}$)

$(\text{sen } u)' = u' \cos u$

$(\text{cos } u)' = -u' \text{sen } u$

$(\text{tg } u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$

$(e^u)' = u' e^u$

$(a^u)' = u' a^u \ln a$ ($a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$)

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a}$ ($a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$)

Limites notáveis

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ ($n \in \mathbb{N}$)

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } x}{x} = 1$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty$ ($p \in \mathbb{R}$)